

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
3.	Направленность (профиль)	Виртуальные технологии и дизайн
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.17.03 Численные методы
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2023

I. Методические рекомендации

1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий

- При подготовке и проведении занятий по дисциплине преподаватель должен руководствоваться как общими учебно-методическими установками (научность, системность, доступность, последовательность, преемственность, наличие единой внутренней логики курса, его связь с другими предметами), так и специфическими особенностями дисциплины.
- Главным звеном дидактического цикла обучения в освоении дисциплины является лекция.
- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий студенту необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

1.2 Методические рекомендации к самостоятельной работе

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.
- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- ✓ изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - ✓ подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
 - ✓ участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
 - Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

Чтение учебника

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.
- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

Решение задач

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если они даны). В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т. п.
- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью

помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.

- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

1.3 Проведение занятий в интерактивной форме

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде проблемных лекций.
- **Проблемная лекция.** На этой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска.

1.4 Методические указания к выполнению лабораторной работы

- Лабораторные сочетают элементы теоретического исследования и практической работы. Выполняя лабораторные работы, студенты лучше усваивают программный материал, так как многие определения, казавшиеся отвлеченными, становятся вполне конкретными, происходит соприкосновение теории с практикой, что в целом содействует пониманию сложных вопросов науки и становлению студентов как будущих специалистов.
- Выполнение лабораторных работ направлено на:
 - обобщение, систематизацию, углубление теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
 - формирование умений применять полученные знания в практической деятельности;
 - развитие аналитических, проектировочных, конструктивных умений;
 - выработку самостоятельности, ответственности и творческой инициативы.
- Лабораторные занятия как вид учебной деятельности должны проводиться в специально оборудованных лабораториях, где выполняются лабораторные работы (задания).
- Форма организации учащихся для проведения лабораторного занятия – фронтальная, групповая и индивидуальная – определяется преподавателем, исходя из темы, цели, порядка выполнения работы.
- Результаты выполнения лабораторного задания (работы) оформляются учащими в виде отчета, форма и содержание которого определяются соответствующей работой.

1.5 Методические указания по подготовке к устному коллоквиуму

- Подготовка к коллоквиуму проводится в ходе самостоятельной работы студентов и включает в себя повторение пройденного материала по вопросам предстоящего коллоквиума. Помимо основного материала студент должен изучить дополнительную рекомендованную литературу и информацию по теме, в том числе с использованием Интернет-ресурсов. В среднем, подготовка к устному коллоквиуму по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 3 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации студентом своей самостоятельной работы. Коллоквиум предполагает устный ответ студента на один основной и несколько дополнительных вопросов преподавателя. Ответ студента должен представлять собой развернутое, связанное, логически выстроенное сообщение.
- При выставлении оценки преподаватель учитывает правильность ответа по содержанию, его последовательность, самостоятельность суждений и выводов, умение связывать теоретические положения с практикой, в том числе и с будущей профессиональной деятельностью.

1.6 Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета

- Зачет осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать зачет в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По дисциплине «Численные методы» экзамен принимается по билетам.
- Экзаменатору предоставляется право задавать студентам вопросы в рамках билета, а также, помимо теоретических вопросов, предлагать задачи практико-ориентированной направленности по программе данного курса.
- При явке на зачет студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют экзаменатору в начале зачета.

- Рекомендуется при подготовке к зачету опираться на следующий план:
 1. Просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к зачету.
 2. Темы необходимо изучать последовательно, внимательно обращая внимание на описание вопросов, которые раскрывают ее содержание. Начинать необходимо с первой темы.
 3. После работы над первой темой необходимо ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания к ней.
 4. И так далее по остальным темам.

II. Планы лабораторных занятий

Примерные задания к лабораторным работам:

Лабораторная работа № 1. Решение нелинейных уравнений.

Задание:

- 1) Отделить корни уравнения графически и программно.
- 2) Уточнить корни (все!) уравнения методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 0,0001$, указать число разбиений отрезка.
- 3) Уточнить корни уравнения методом хорд с точностью $\varepsilon = 0,0001$ и нарисовать схему применения метода к каждому корню уравнения.
- 4) Уточнить корни уравнения методом касательных.
- 5) Уточнить корни уравнения комбинированным метод хорд и касательных.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x^4 - 18x^2 + 6 = 0$	16	$2x - \lg(x) - 3 = 0$
2	$2e^x + 3x + 1 = 0$	17	$\lg(x) - \frac{4}{2x+1} = 0$
3	$x^2 - 3 + 0,5^x = 0$	18	$5x + \lg(x) = 3$
4	$5 \sin(x) = x - 1$	19	$x^3 - 3x^2 + x - 2 = 0$
5	$\cos(x + 0,3) = x^2$	20	$x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0$
6	$x^4 - x - 1 = 0$	21	$2e^x + 5x + 1 = 0$
7	$x^2 - 20 \sin(x) = 0$	22	$3 \sin(x) = x - 2$
8	$2 \cdot \lg(x) - \frac{x}{2} + 1 = 0$	23	$\cos(x - 0,5) = x^2$
9	$2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$	24	$x^4 + 2x^2 - x - 1 = 0$
10	$2^x - 3x - 2 = 0$	25	$3x^2 - 2 \sin(x) = 0$
11	$ctg(x) - \frac{x}{3} = 0$	26	$2 \cdot \lg(x) - \frac{x}{3} + 1,5 = 0$
12	$x^3 - 2x + 4 = 0$	27	$3x^2 - 0,5^x - 1 = 0$
13	$x^2 + 4 \sin(x) = 0$	28	$2^x - x - 4 = 0$
14	$x^3 - 6x - 7 = 0$	29	$ctg(x + 0,5) - \frac{x}{3} = 0$
15	$4x - \cos(x) - 1 = 0$	30	$x^3 + x^2 - 2x + 3 = 0$

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 2. Решение системы линейных уравнений.

Задание:

- 1) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса;
- 2) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса-Жордана с выбором главного элемента;
- 3) Найти нормы вектора невязки этих решений и сравнить полученные результаты.

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
1	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -2; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4; \\ -x_1 - x_2 - 2,3x_3 = 0,3; \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 4; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -1; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$	17	$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 2,5x_3 = -0,5; \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -6; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \\ x_1 + 6x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5; \\ x_1 + x_2 - 3,5x_3 = -0,5; \\ -3,2x_1 + 2x_2 - x_3 = -5,4. \end{cases}$	19	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 2; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$
5	$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5; \\ x_1 + x_2 - 2,5x_3 = -1,5; \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 9. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -2; \\ -0,5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = -1; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -10; \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$	21	$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 3; \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 7. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -3. \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -4; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$	23	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 1,5x_3 = 0,5; \\ 3,2x_1 - 2x_2 - x_3 = -3,4. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -5; \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$	24	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 6; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -1; \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$
10	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 1,4x_3 = 0,7; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1,5; \\ 3,5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$	25	$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -3; \\ 2x_1 + 1,2x_2 - 4,3x_3 = -2,1; \\ -6x_1 + 3,3x_2 + 2x_3 = 2,3. \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 4; \\ -2x_1 - 4x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$
12	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1; \\ 3,1x_1 - x_2 - 2x_3 = 6,3. \end{cases}$	27	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 5; \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1; \\ 1,5x_1 - x_2 + 0,5x_3 = 0. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0,5. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \\ -1,4x_1 + 0,1x_2 + 2x_3 = 3,5; \\ 1,25x_1 + 0,3x_2 - 0,55x_3 = -1,5. \end{cases}$
14	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 3x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2; \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$	29	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -2; \\ 1,1x_1 + 0,3x_2 - 2x_3 = -1,2; \\ -1,75x_1 + 0,25x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
15	$\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -5; \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$	30	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4; \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 2; \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 3. Метод вращений.

Задание:

- 1) Решить систему линейных уравнений, в два этапа:
 - а) методом вращений привести к треугольному виду;
 - б) обратным ходом метода Гаусса найти решение.
- 2) Вычислить норму вектора невязки найденного решения.

Системы брать из вариантов лабораторной 7.

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 4. Метод наискорейшего спуска и сопряженных направлений.

Задание:

Решить систему линейных уравнений, добиваясь, чтобы норма вектора невязки была не больше 0.0001:

- а) методом наискорейшего спуска;
- б) методом сопряженных градиентов.

Оценить количество понадобившихся итераций.

Системы брать из вариантов лабораторной 7.

Литература: [1., 2., 3.]

Лабораторная работа № 5. Вычисление обратной матрицы.

Задание:

Найти обратную матрицу методом окаймления. Вычисления проводить с точностью не менее 4-х знаков после запятой.

Вариант	Матрица	Вариант	Матрица
1	$\begin{pmatrix} -13.6 & -1.1 & -4.4 & 3.5 \\ 6.3 & 0.9 & 5.8 & -0.5 \\ -8.6 & 2.3 & -7.5 & 3.8 \\ -16.3 & 7.7 & -11.2 & 1.5 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} -15.6 & 11.5 & -11.7 & 18.2 \\ 10.7 & -7.1 & 13.2 & -12.8 \\ 0.4 & 6.8 & -3.4 & 5.0 \\ -14.2 & 15.8 & -14.0 & 15.9 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} -7.0 & -8.7 & 1.7 & 0.9 \\ 7.4 & 3.7 & 3.8 & -3.0 \\ 4.4 & 4.1 & 0.5 & -0.8 \\ -4.2 & -2.9 & -1.0 & 1.7 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} -4.5 & -8.4 & 3.6 & 3.5 \\ 0.1 & -8.8 & 0.5 & 2.6 \\ 0.6 & 5.2 & -1.6 & 1.0 \\ -0.9 & -6.8 & -1.9 & -5.3 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} -1.2 & 13.1 & 15.0 & 7.6 \\ 13.1 & -38.9 & -58.8 & -21.9 \\ -1.9 & 2.7 & 0.5 & 1.6 \\ -13.8 & 42.1 & 59.4 & 23.6 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 9.9 & -1.2 & 7.6 & -14.1 \\ 41.5 & 16.8 & 33.2 & -54.5 \\ -203.3 & -82.5 & -139.4 & 224.0 \\ -119.4 & -50.4 & -78.8 & 124.3 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1.7 & 2.9 & -4.1 & 2.1 \\ 7.2 & 0.9 & 4.0 & 5.1 \\ 2.2 & -7.2 & 4.7 & 2.8 \\ 4.8 & 5.3 & -6.5 & -3.9 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 5.8 & -1.7 & 4.8 & -4.5 \\ -2.4 & -7.7 & 4.8 & 1.6 \\ 2.9 & 2.7 & 4.3 & 2.1 \\ -1.7 & -3.8 & 2.1 & 4.7 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 7.9 & 3.4 & 6.0 & -4.1 \\ 3.9 & -2.1 & -6.8 & -3.0 \\ 0.1 & -2.7 & 2.2 & 2.6 \\ -1.7 & -1.1 & 2.6 & -2.8 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 4.5 & 3.3 & -0.0 & 2.0 \\ -0.5 & -2.4 & 2.2 & 2.8 \\ 3.9 & 16.8 & 2.6 & 4.4 \\ -5.3 & -6.3 & -4.3 & -7.2 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} -9.5 & 3.7 & 12.5 & -0.9 \\ -1.4 & 2.3 & -3.3 & 3.5 \\ -8.0 & 13.4 & 25.0 & -21.4 \\ 0.2 & 8.8 & 10.2 & -4.4 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} -1.5 & 6.6 & 1.3 & -0.3 \\ 2.7 & -3.0 & 0.6 & -2.7 \\ 2.4 & 3.5 & -5.1 & 0.0 \\ -5.8 & -4.6 & -0.7 & 0.4 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 2.1 & -3.0 & 3.0 & 5.6 \\ -6.7 & -4.0 & 1.5 & -3.3 \\ -0.2 & 0.4 & -2.1 & -6.1 \\ 4.3 & 1.8 & -8.6 & 1.7 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} -6.4 & 0.7 & -0.6 & -4.2 \\ -1.6 & -5.6 & 1.0 & -0.6 \\ 0.6 & -1.3 & -6.8 & 4.3 \\ 1.6 & 3.6 & 4.7 & -6.3 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 3.5 & -1.9 & 0.2 & 0.6 \\ 4.2 & -0.5 & 5.8 & -3.8 \\ -1.1 & -4.4 & -9.1 & 5.8 \\ 1.3 & 1.7 & 1.3 & -3.3 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 0.6 & 5.9 & 6.4 & 3.0 \\ 4.6 & 0.5 & -1.5 & 4.8 \\ 4.8 & -4.3 & 2.8 & 0.7 \\ 3.6 & -3.0 & -1.2 & 8.6 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} -0.4 & 2.0 & -4.6 & 1.8 \\ -2.8 & 2.0 & -4.8 & -3.1 \\ -2.4 & -0.5 & -0.6 & -2.0 \\ -1.3 & -5.6 & 1.2 & 1.4 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} -1.6 & -2.4 & 1.4 & -2.1 \\ -6.2 & -0.8 & -6.0 & 2.5 \\ 4.7 & -6.7 & -2.5 & -2.8 \\ -1.8 & 1.4 & -5.5 & -6.5 \end{pmatrix}$

Вариант	Матрица			
10	7.6	3.1	-0.6	-3.2
	-1.0	5.0	0.8	3.6
	-4.2	5.7	-6.8	2.6
	17.8	-14.3	27.4	-13.4
11	-4.6	-1.3	1.0	3.7
	12.1	-4.9	-6.2	5.8
	-9.2	3.2	-1.9	-6.5
	-10.8	14.1	4.6	-3.2
12	-1.0	-3.3	-0.8	-4.4
	-0.6	1.9	-2.9	-3.6
	-0.5	3.3	-0.9	2.1
	-7.2	-0.7	-2.4	2.0
13	-0.9	-1.6	-2.1	-5.4
	-11.1	0.2	3.6	8.1
	11.7	1.7	-2.4	-7.4
	12.7	10.8	-6.3	-2.7
14	-0.6	-3.1	4.2	6.8
	0.3	-7.0	-5.7	-3.6
	-5.1	2.9	-3.1	-2.6
	-2.4	1.4	5.4	-7.5
15	4.1	-4.3	-1.0	-1.5
	-1.5	3.9	-1.0	-0.7
	-5.7	-0.5	-3.9	0.6
	1.7	0.2	3.1	4.9

Вариант	Матрица			
25	2.9	2.1	7.9	-4.9
	8.1	-2.2	-5.3	-7.7
	5.0	2.8	2.3	9.4
	-6.3	1.4	-2.9	-3.1
26	-1.0	-10.3	0.4	-5.9
	-3.4	6.5	2.7	9.3
	-9.6	-9.9	6.5	-18.7
	-2.4	2.7	4.5	-3.2
27	-4.3	2.6	-0.2	0.9
	1.6	-9.5	-1.0	2.8
	-3.8	0.3	-5.1	-4.5
	-0.5	-0.3	0.3	-5.8
28	1.1	1.3	3.9	-1.6
	3.7	5.3	-2.5	2.2
	-1.8	5.1	6.2	-2.2
	-0.7	2.7	3.9	-0.4
29	-4.6	-0.4	0.9	4.0
	3.8	-1.1	0.6	-0.4
	-0.6	-2.5	-4.9	0.8
	6.6	-5.1	-2.7	3.9
30	7.9	-0.5	2.2	-6.6
	-6.9	-12.9	-19.6	-13.5
	0.3	1.0	-2.8	1.2
	-2.3	1.3	-0.6	0.5

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 6. Собственные числа симметрической матрицы.

Задание:

- 1) С помощью алгоритма Якоби найти собственные числа матрицы.
- 2) Оценить точность результата и число понадобившихся итераций.

Вариант	Матрица			
1	-3.9	0.6	-2.8	0.9
	0.6	-5.3	-1.9	-2.0
	-2.8	-1.9	1.4	-2.1
	0.9	-2.0	-2.1	-3.6
2	0.4	0.3	-5.5	1.2
	0.3	-6.4	-2.2	0.0
	-5.5	-2.2	2.6	-4.2
	1.2	0.0	-4.2	-5.1
3	1.6	5.4	-1.9	-0.3
	5.4	-1.2	1.7	-6.2
	-1.9	1.7	4.8	-2.6
	-0.3	-6.2	-2.6	-1.2
4	-2.4	-4.1	-0.6	-1.8
	-4.1	-3.0	-0.3	-1.6
	-0.6	-0.3	-7.4	0.2
	-1.8	-1.6	0.2	-2.3
5	-3.6	-0.7	-3.8	1.4
	-0.7	-1.8	-0.7	0.1
	-3.8	-0.7	-3.8	-2.0
	1.4	0.1	-2.0	1.7
6	-6.2	0.1	0.2	-0.1
	0.1	-6.6	-0.6	0.3
	0.2	-0.6	-7.3	0.5
	-0.1	0.3	0.5	-6.4
7	-5.0	-0.9	0.1	5.5
	-0.9	-0.5	-6.2	2.2
	0.1	-6.2	-2.8	-2.4
	5.5	2.2	-2.4	4.2
8	-5.9	0.7	-1.6	-1.4
	0.7	-5.5	2.3	2.6
	-1.6	2.3	1.1	-2.1
	-1.4	2.6	-2.1	1.0
9	2.4	0.6	-0.1	0.0
	0.6	3.4	-0.6	-0.9
	-0.1	-0.6	2.7	0.6
	0.0	-0.9	0.6	2.2
10	0.8	-0.9	-3.1	6.9
	-0.9	-9.2	2.0	1.1
	-3.1	2.0	-1.2	2.3
	6.9	1.1	2.3	-1.7
11	1.3	-0.0	0.2	-0.1
	-0.0	1.0	-0.1	-0.9
	0.2	-0.1	-1.7	0.0
	-0.1	-0.9	0.0	-1.4

Вариант	Матрица			
16	-3.2	-0.6	1.1	-2.7
	-0.6	0.4	0.6	-0.1
	1.1	0.6	-4.7	-1.4
	-2.7	-0.1	-1.4	-2.4
17	-1.2	-0.2	-1.2	-4.8
	-0.2	-2.9	-1.6	0.9
	-1.2	-1.6	2.1	-1.6
	-4.8	0.9	-1.6	-1.2
18	-8.4	-0.0	0.8	-0.5
	-0.0	-6.1	0.9	-0.1
	0.8	0.9	-8.5	0.3
	-0.5	-0.1	0.3	-5.9
19	0.8	0.6	3.9	-7.1
	0.6	4.8	-5.9	-3.3
	3.9	-5.9	0.1	1.1
	-7.1	-3.3	1.1	-0.3
20	1.8	1.0	-2.3	4.2
	1.0	-2.5	-0.1	2.2
	-2.3	-0.1	-2.5	-3.4
	4.2	2.2	-3.4	-0.8
21	-6.2	1.1	3.1	4.0
	1.1	-7.7	1.7	2.2
	3.1	1.7	-3.7	6.0
	4.0	2.2	6.0	-0.6
22	-5.0	1.7	-2.3	2.1
	1.7	-7.4	2.1	-1.1
	-2.3	2.1	-1.4	1.1
	2.1	-1.1	1.1	-1.1
23	1.2	-1.7	0.8	-1.0
	-1.7	-1.4	1.9	0.6
	0.8	1.9	1.5	-0.1
	-1.0	0.6	-0.1	-2.7
24	-5.1	-4.6	2.2	3.0
	-4.6	-1.1	0.4	0.4
	2.2	0.4	-0.7	-1.8
	3.0	0.4	-1.8	-2.0
25	0.9	1.1	1.2	-1.7
	1.1	0.7	1.0	1.3
	1.2	1.0	3.8	-1.0
	-1.7	1.3	-1.0	4.0
26	0.9	-0.4	-1.2	-1.7
	-0.4	-1.8	-2.4	1.4
	-1.2	-2.4	-0.8	-1.1
	-1.7	1.4	-1.1	-2.7

Вариант	Матрица	Вариант	Матрица
12	$\begin{pmatrix} 4.8 & -2.2 & -0.4 & -1.7 \\ -2.2 & -2.0 & -1.9 & 2.3 \\ -0.4 & -1.9 & 4.1 & 7.2 \\ -1.7 & 2.3 & 7.2 & -0.7 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} -2.4 & 0.4 & 1.0 & -1.4 \\ 0.4 & 2.8 & -2.7 & -1.5 \\ 1.0 & -2.7 & -2.1 & 3.0 \\ -1.4 & -1.5 & 3.0 & -4.7 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} -3.2 & -2.1 & -5.7 & 2.1 \\ -2.1 & 4.1 & -2.1 & 0.6 \\ -5.7 & -2.1 & -1.6 & -0.5 \\ 2.1 & 0.6 & -0.5 & 2.0 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} -6.0 & 2.4 & -2.5 & -1.8 \\ 2.4 & -2.9 & 2.1 & -0.9 \\ -2.5 & 2.1 & -3.5 & -1.2 \\ -1.8 & -0.9 & -1.2 & -0.5 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} -5.2 & 2.7 & -2.4 & 1.2 \\ 2.7 & -2.5 & 1.6 & -3.6 \\ -2.4 & 1.6 & -5.5 & -2.0 \\ 1.2 & -3.6 & -2.0 & -5.7 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} -1.1 & 1.9 & -3.4 & 4.9 \\ 1.9 & 3.9 & 4.2 & 1.9 \\ -3.4 & 4.2 & -1.0 & -3.1 \\ 4.9 & 1.9 & -3.1 & -1.7 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 6.0 & -0.6 & 3.2 & 1.7 \\ -0.6 & 0.0 & -1.8 & -2.2 \\ 3.2 & -1.8 & 5.2 & 0.7 \\ 1.7 & -2.2 & 0.7 & 2.2 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} -1.2 & -0.4 & -0.8 & -2.7 \\ -0.4 & 7.4 & 0.4 & -2.5 \\ -0.8 & 0.4 & 7.1 & 2.8 \\ -2.7 & -2.5 & 2.8 & -8.0 \end{pmatrix}$

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 7. Численное интегрирование.

Задание: Состоит из двух пунктов (а и б).

- 1) Найти приближенное значение интеграла по формулам левых и правых прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 2) Найти приближенное значение интеграла по формуле средних прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 3) Найти приближенное значение интеграла по формуле трапеции с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 4) Найти приближенное значение интеграла по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 5) Сравнить полученные результаты.

Интегралы для вычисления определяются исходя их номера варианта

(N - номер варианта или последние (одна или две) цифры зачетки студента).

Варианты	a)	b)
№1 - №10	$I = \int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(0,07 \cdot N + 0,5 \cdot x)}{0,4 + \sqrt{x^2 + N}} dx$	$I = \int_{1,2}^{2,1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + N}}$
№11 - №20	$I = \int_{0,1}^{1,7} \frac{\sin(0,02 \cdot N + 1,5 \cdot x)}{1,4 + \cos(1,2 \cdot N - 0,3 \cdot x)} dx$	$I = \int_{0,1}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 0,4 \cdot N}}$
№21 - №30	$I = \int_{0,15}^{1,3} \frac{(0,06 \cdot N + 2,5 \cdot x)^2}{1,1 + \sin(1,2 \cdot N - 0,3 \cdot x)} dx$	$I = \int_1^{3,5} \frac{\ln(0,6 \cdot N)}{\sqrt{x^2 + 0,3 \cdot N}} dx$

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 8. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Задача Коши.

Задание: Найти приближенные значения решения $y = y(x)$ обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y'(x) = f(x)$ на отрезке $x \in [a, b]$ с шагом h при начальном условии $y(x_0) = y_0$ используя

- 1) метод Эйлера;
- 2) усовершенствованный метод ломаных;
- 3) метод Эйлера-Коши;
- 4) метод Эйлера с уточнением;
- 5) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Для тестовых примеров найти относительные погрешности и сравнить полученные результаты. Построить графики точного и численного решений.

Оценить погрешность приближенного решения заданного уравнения в выбранной точке, построить график численного решения.

Вариант	$y'(x) = f(x)$	$[a, b]$	h	$y(x_0) = y_0$
1	$y' = \frac{x+y}{x}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
2	$y' = \frac{1+x \cdot y}{x^2}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
3	$x \cdot y' - y = x^2 \cdot \sin(x)$	$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 1\right]$	0,05	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
4	$x \cdot y' - y = \frac{x}{\ln(x)}$	$[e; e+1,5]$	0,075	$y(e) = 0$
5	$x \cdot y' = y \cdot \ln(y)$	$[1; 3]$	0,1	$y(1) = e$
6	$x \cdot y' - y = x \cdot \sin\left(\frac{y}{x}\right)$	$[1; 2]$	0,1	$y(1) = \frac{\pi}{2}$
7	$x^2 \cdot y' = (x-1)y$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = e$
8	$y' = \frac{1+\ln(x)}{x} - \frac{y}{x}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
9	$y' = \frac{x+y}{x}$	$[e; 2e]$	$\frac{e}{20}$	$y(e) = e$
10	$y' + 2xy = xe^{-x^2}$	$[0; 1]$	0,05	$y(0) = 0$
11	$y' + y \cdot \operatorname{tg}(x) = \sin(2x)$	$[0; 1]$	0,05	$y(0) = -1$
12	$x \cdot y' - y^2 \ln(x) + y = 0$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 1$
13	$y' \sin(x) = y \ln(y)$	$\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$	$\frac{\pi}{30}$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$
14	$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$	$[0; 2]$	0,1	$y(0) = 1$
15	$y' - y \cdot \operatorname{tg}(x) = \sec(x)$	$[0; 1,5]$	0,1	$y(0) = 0$
16	$x \cdot y' - \frac{y}{x+1} = x$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
17	$y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1$	$[0; 1,5]$	0,1	$y(0) = 1$
18	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$	$[0,6; 2]$	0,07	$y(0,6) = 0,8$
19	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$	$[0,5; 2]$	0,1	$y(0,5) = 0,6$
20	$y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$	$[1,7; 2,7]$	0,05	$y(1,7) = 5,3$
21	$y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$	$[1,4; 3]$	0,1	$y(1,4) = 2,2$
22	$y' = x + \cos \frac{y}{e}$	$[1,4; 3]$	0,1	$y(1,4) = 2,5$
23	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$	$[0,8; 1,6]$	0,05	$y(0,8) = 1,4$
24	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$	$[1,2; 2,2]$	0,05	$y(0,6) = 0,8$
25	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$	$[2,1; 3,5]$	0,075	$y(2,1) = 2,5$
26	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}$	$[1,8; 2,8]$	0,05	$y(1,8) = 2,6$

Вариант	$y'(x) = f(x)$	$[a, b]$	h	$y(x_0) = y_0$
27	$y' = x + \sin \frac{y}{3}$	$[1, 6; 3]$	0,07	$y(1,6) = 4,6$
28	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	$[0,6; 1,7]$	0,05	$y(0,6) = 0,8$
29	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$	$[0,5; 1,2]$	0,05	$y(0,5) = 0,6$
30	$y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$	$[1,7; 3,2]$	0,1	$y(1,7) = 5,3$

Литература: [1, 2, 3].